

Keplerova teorie pohybu primárních planet



Jo: Keplerus

*Vladimír Štefl,
Bezovec,
10.9.2022*

Johannes Kepler (1571 - 1630)

r. 1612, obraz - dvorní malíř Rudolfa II.

Hans von Aachen (1552-1615)

Orlická galerie, Rychnov nad Kněžnou

*Kepler přijel do Čech 3. února 1600, setkání s Tychonem Brahe
v Praze nejplodnější období života*

K pevnějším základům astrologie 1601

Optická část astronomie 1604

O nové hvězdě 1604

Nová astronomie 1609

Rozprava s Hvězdným poslem 1610

Dioptrika 1611

1611 - † syn Friedrich

1612 - † manželka Barbara, Rudolf II., Martin Bacháček

Kunštát, rentmistr Steffan Schmidt von Freyhofen, 1606, 1612

Úvod

- ***Zákon ploch***
- ***Eliptický zákon***
- ***Harmonický zákon***
- ***Dynamika pohybu planet***
- ***Odvození a význam Keplerových zákonů***

ASTRONOMIA NOVA
ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ,
SEU
PHYSICA COELESTIS,
tradita commentariis
DE MOTIBVS STELLÆ
MARTIS,
Ex observationibus G. V.
TYCHONIS BRAHE:

Iussu & sumptibus
RVDOLPHI II.
ROMANORVM
IMPERATORIS &c:

Plurium annorum pertinaci studio
elaborata Prage,

A. S. C. M. S. Mathematico
JOANNE KEPLERO.

Comptum C. M. S. privilegio special
ANNO MDCXIX.

Ioannis Keppleri
HARMONICES
MVNDI
LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportionibus Harmonicis constituunt, ortu & demonstrationibus.
Secundus ARCHITECTONICVS, seu ex GEOMETRIA FIGURATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel solido.
Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris, deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres.
Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Essentiâ earumque generibus in Mundo præsertim de Harmonia radiorum, ex corporibus coelestibus in Terram descendentibus, eisque effectum in Natura seu Anima subsonari & Humana.
Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis absolutissimis motuum coelestium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.
Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonicis Cl. Ptolemæi lib. II. item de Astronomia Mathematica, & de Astronomia Oxoniensi, & de Astronomia Harmonicâ, & de Astronomia Microscopica.



Cum S. C. M. S. Privilegio ad annos XV.

Lincii Austriae,
Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

EPITOME
ASTRONOMIAE
Copernicanæ

Usitatâ formâ Quæstionum & Respon-
sionum conscripta, inq; VII. Libros digesta, quo-
rum TRÊS hi priores sunt de

Doctrina Sphæricâ.

HABES, AMICE LECTOR, HAC PRIMÂ
parte, præter physicam accuratam explicationem Motus
Terra diurni, ortusq; ex eo circumlorum Sphæra, totam do-
ctrinam Sphæricam novâ & continenti METHODO,
auditiorem, additis Exemplis omnis generis Computatio-
num Astronomicarum & Geographicarum, qua in-
signatur præceptionum Vim suam com-
plena.

AVTHORE

JOANNE KEPLERO IMP. CÆS:
MATTHIÆ, Ordd; q; Illiuss Archiduca-
tus Austriae supra Onasum, Ma-
thematico,

Cum Privilegio Cæsareo ad Annos XV.

Lentis ad Danubium, excudebat
Johannes Plancus.

ANNO MDCXVIII.

vývoj, upřesňování

Keplerova terminologie

Epitome* - Souhrn koperníkovské astronomie, 4. kniha, 1. část, 3. kap.

O řádu planetárních sfér: „Kolik planet je uvažováno v nauce o konstrukcích?“

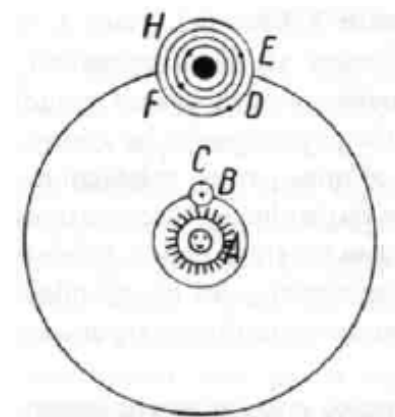
planety - primární a sekundární

primární - Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter, Saturn

sekundární - Měsíc, čtyři Jupiterovy měsíce, dvě postranní fiktivní tělesa doprovázející Saturn...



alamy - MR6JJ9



* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

Volba Marsu

Kepler zvolil **Mars**, pohyb ve větších výškách, s větší **excentricitou** dráhy → proniknout do tajů pohybů planet

v pohybu Marsu **dvě nerovnosti** (odchylky od rovnoměrného pohybu - **nerovnoměrnosti**)

- **první nerovnost**, pravidelná změna oběžné a úhlové rychlosti s periodou odpovídající jeho siderické oběžné době - 687 dnům, dána eliptickým tvarem dráhy planety
- **druhá nerovnost** vyjadřovala nestálost směru pohybu, zastavování či zpětné pohyby, způsobené rozdílnou oběžnou rychlostí Marsu a Země při oběhu kolem Slunce

první nerovnost - rychlejší pohyb Marsu v souhvězdí Kozoroha než na opačné straně zvěrokruhu v souhvězdí Raka

→ závislost na poloze planety podél ekliptiky

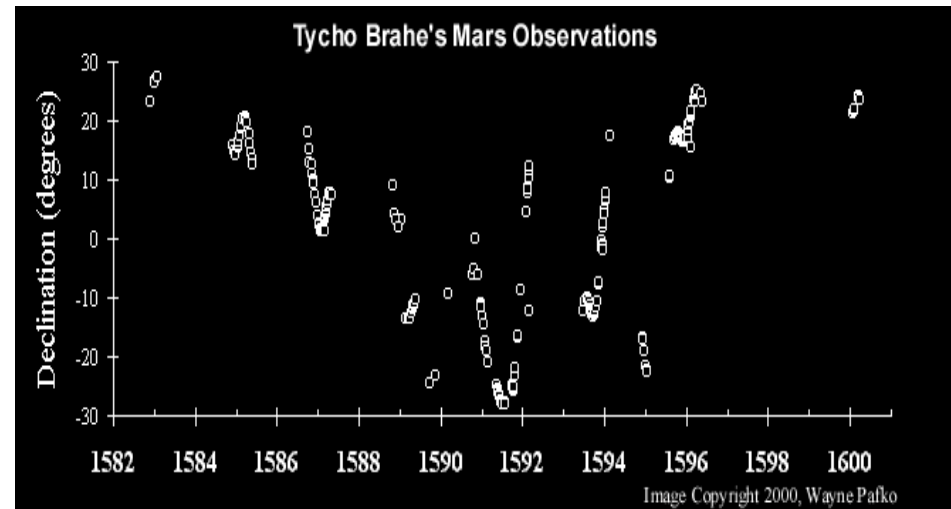
interpretace první nerovnosti → klíč k nalezení Keplerových zákonů

Problém Marsu

Otázky:

- *Jak a proč se mění vzdálenost Marsu od Slunce?*
- *Co Marsem pohybuje tak, že obíhá kolem Slunce?*

Měl k dispozici:



- *Přesná pozorování Marsu Tychona Brahe*
- *Vhodný geometrický model dráhy*
- *Fyzikální magnetickou hypotézu.*

Zákon ploch

analýza **nerovnoměrného** pohybu **Marsu** → hledání změn úhlové rychlosti planety, v perihéliu opsal za dva měsíce oblouk o úhlu $37,0^\circ$, v aféliu za stejnou dobu pouze úhel $25,8^\circ$, **objev** podzim r. **1602**

hybná síla uvádějící do pohybu Mars **vychází ze Slunce**, ovlivňuje pohyb planet, působí intenzivněji v jeho blízkosti, proto se zde planeta pohybuje s větší rychlostí, pomaleji ve větší vzdálenosti
→ **v závislosti na vzdálenosti od Slunce**

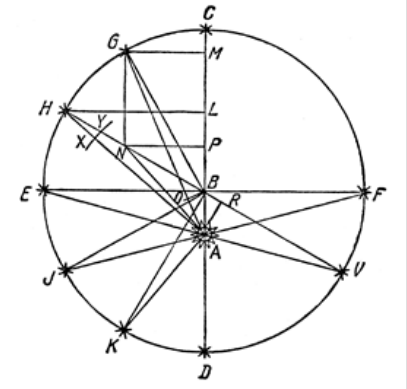
zákon ploch v **Nové astronomii*** r. **1609** ve dvou zněních:

1. *Rychlost planety se mění nepřímo úměrně se vzdáleností od Slunce*, kap. 39.
2. *Rychlost planety se mění tak, že průvodič spojující planetu se Sluncem opisuje stejné plochy za stejné časy*, kap. 40.

* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

Zákon ploch

- **Nová astronomie***, kap. 40 → ..., „*Itaque CGA area fiet mensura temporis seu anomaliae mediae*“ ...
- ..., „*Tak plocha CGA se stává mírou času nebo střední anomálii*, odpovídající oblouku excentru CG, protože *střední anomálie poměřuje čas rovnoměrně narůstající*.“
- *střední anomálie* poměřována plochou kruhového sektoru **CAG**, určována od afélie dráhy, až Euler změnil počátek odečtu od perihélia
- **Epitome****, 5. kniha, 1. část, 4. kap.:
- ..., „*area pro mensura temporis constituitur*“ - „*plocha je mírou času*.“



*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

**J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

Zákon ploch

- stanovení plochy kruhu, kruhové výseče, Kepler, **Nová astronomie:**
- *„Protože jsem poznal, že existuje nekonečný počet bodů excentrické kružnice [dráhy] a nekonečný počet jejich vzdáleností [od Slunce], napadlo mne, že všechny tyto vzdálenosti jsou obsaženy v dráhové rovině. Vzpomněl jsme si, že takovým způsobem kdysi také Archimédés rozdělil plochu kruhu na nekonečný počet trojúhelníků, když hledal poměr obvodu kružnice k průměru.“*
- Kepler rozčlenil obvod kruhové dráhy na 360 stejných oblouků a v každém z nich stanovil vzdálenost od středu [poloha Slunce]. Výpočet plochy kruhu provedl sečtením ploch rovnoramenných trojúhelníků, se základnami na obvodu a vrcholy ve středu. V kruhu nekonečný počet radiálně směřujících přímk od středu k obvodu, provedl **součet velikostí jednotlivých přímk**, nahradil je plochou, v níž by se jednotlivé vzdálenosti „srovnávaly“.

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

Zákon ploch

- ***první*** - tzv. *zákon vzdáleností*, tehdy interpretován jako fyzikální zákon
- platí správně pouze při tečné složce rychlosti, při kruhovém pohybu
- ***druhé*** znění → současná formulace zákona ploch, geometrické vyjádření astronomické problematiky
- později Kepler → **přesné vyjádření zákona ploch**
- nejméně chápaný zákon v letech 1630 - 1650, konstantní plošná rychlost - zachování momentu hybnosti, důsledek centrálnosti gravitační síly, plné uznání - Newton, **Matematické principy přírodní filozofie** r. **1687**^{*}, 1. kniha, 1. tvrzení, 11. - 13. tvrzení

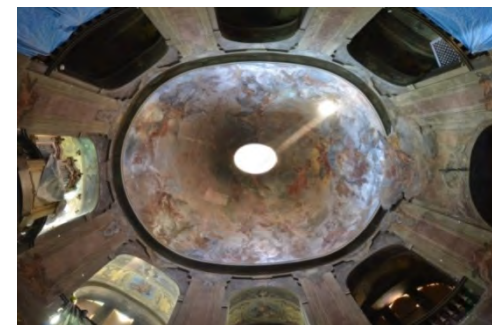
^{*}J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

^{**}V. Štefl: Zákony pohybu planet od Keplera po Newtona. Čes. čas. fyz. **71** (2021), s. 375 - 385.

Eliptický zákon

- 5. 3. 1605 dopis Mästlinovi* → **Velikonoce** - **eliptický tvar dráhy**
- analýza propočítaných vzdáleností Slunce - Mars, různé modely dráhy, nesoulad výpočtů a pozorovacích údajů, magnetická hypotéza, úprava librační metody, vzdáleností odpovídaly eliptické dráze, kap. 58
- kap. 58 ...dráha z kap. 43 je příliš velká a z kap. 45 příliš malá → pouze elipsa, je vystižením dráhy
- v **Nové astronomii** předposledním odstavci kap. 58 uvedl: „*Quod si iter Planetae esset ellipsis...*”, „*Kdyby byla dráha planet elipsou...*“ a v posledním odstavci, „*nullam Planetae relinqui figuram Orbitae praeterquam perfecte ellipticam*”, „*žádný tvar planetárních drah není ponechán, kromě dokonalé elipsy...*”
- kap. 59 geometrické vlastnosti elipsy, existence **punctum eccentricum** – excentric. bod, *Vlašská kaple*

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band XV. Briefe 1604-1607*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1951.



Eliptický zákon

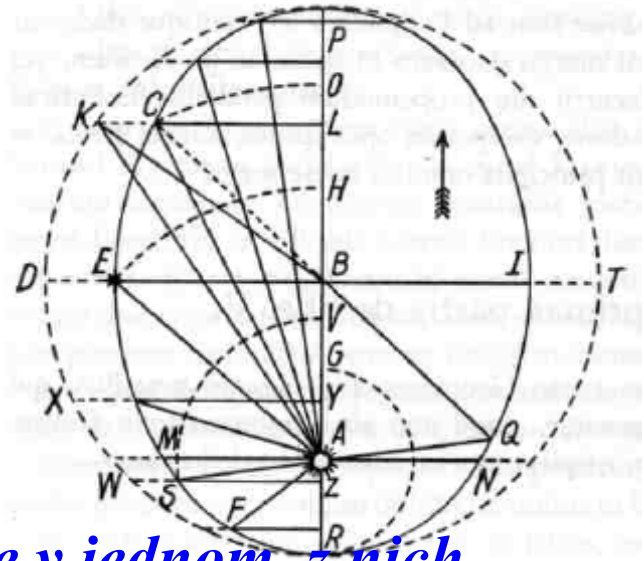
- **Souhrn koperníkovské astronomie***, 5. kniha, 2. část, otázka: *Jak se nazývá dráha planety?*

Kepler upřesnil a zobecnil představy o existenci eliptické dráhy:

„Etsi enim **orbitae sunt Ellipticae**, vt hic PERI. quae habent duo quasi centra A.L. quae physice Focos dicimus; et **in eorum altero A. Sol...**“

„Po každé, jestliže **dráhy jsou eliptické**, viz obr., jako PERI zde, které mají dva středy, jak to bylo, A. L, které ve fyzice nazýváme ohniska a jestliže **Slunce** je samotné přítomno **v jednom z nich v A...**“

- **eliptická dráha s dvěma ohnisky, Slunce v jednom z nich**

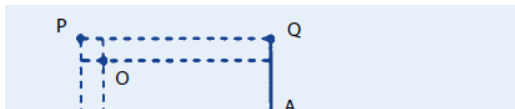


*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

Přechod kružnice $\rightarrow$ elipsa

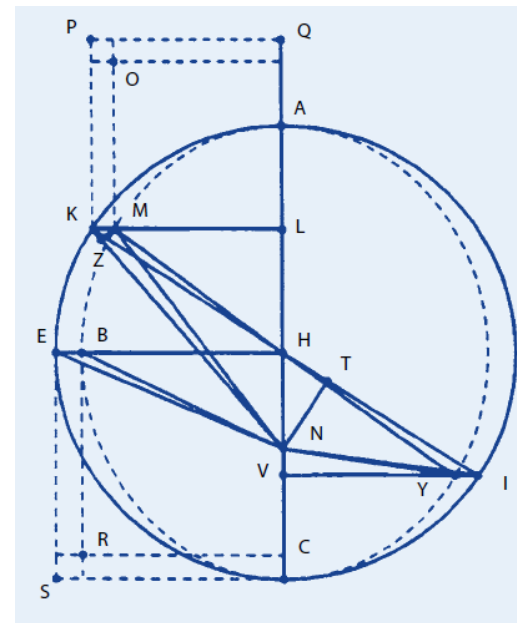
v **NA**, kap. 59 *lineární transformace* všech souřadnic pomocné *excentrické kružnice* *v poměru velikostí malé b , velké poloosy a elipsy $b : a$* , jestliže $HB = b$, $NB = a$, vepsal ji do zmiňované kružnice, z jejího obvodu spustil kolmice KL , EH na přímku apsid AC , které protínaly v bodech M a B obvod elipsy,

poměr v původním textu v **NA**
zapsal $BH : HE = ML : KL$



**poměr velikostí ploch elipsy ABC
a kružnice AEC , úměrný poměru
velikostí kolmic z elipsy a z kružnice,
v poměru malé a velké poloosy,
platilo $ABC : AEC = BH : EH$**

Kepler zaměnil plochy sektorů elipsy a kruhu,
vztahem $ANM : ANK = ML : KL = b : a$



Dále: „*Arcum ellipseos AM, cujus moras metitur area ANK*“ - „*Oblouk elipsy AM, jehož čas je poměřován plochou ANK*“

Eliptický zákon

- matematické vyjádření eliptického zákona moderní symbolikou
v **Nové Astronomii** - vztah pro vzdálenost Slunce - Mars, Davies*:

ohnisková vzdálenost $NH = ae$, $NB = a$, $HB = b$,

v $\triangle NBH$ platí $b^2 = a^2 - a^2 e^2$, podle $ML : KL = b : a$, v $\triangle HKL$, $KL = a \sin \beta$, $ML = b \sin \beta$, $\beta = \sphericalangle KHA$ excentrická anomálie

- *pravá anomálie* $\nrightarrow$ ANM, v Δ MNL

$$ML = b \sin \beta, NL = (\cos \beta + e)$$

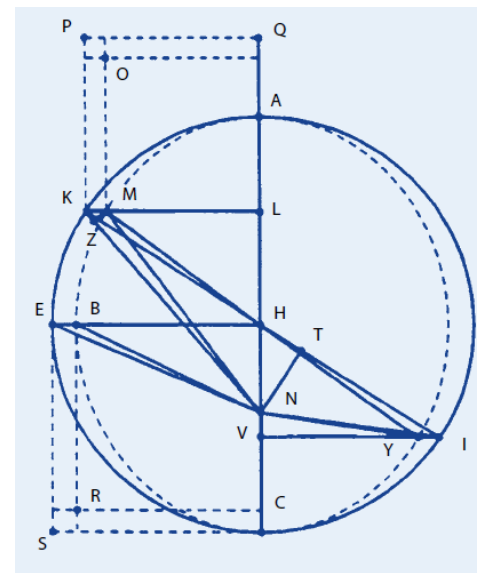
dosazení $r^2 = NM^2 = ML^2 + NL^2$

$$\rightarrow r^2 = b^2 \sin^2 \beta + a^2 (\cos \beta + e)^2$$

- po úpravách $r^2 = a^2 (1 + 2e \cos \beta + e^2 \cos^2 \beta)$,

$$r = a (1 + e \cos \beta)$$

průvodič (radiusvektor) r excentrické anomálie β



*A. E. L. Davies: „Kepler’s *Astronomia nova*: a geometrical success story“.

Kepler's Heritage in the Space Age. Ed. A. Hadravová, T. J. Mahoney, P. Hadrava, Národní technické museum, Praha 2010, s. 17.

Eliptický zákon

- *rovnice eliptické dráhy s počátkem v jednom ohnisku:*
reprodukce vzdáleností Marsu, správná excentrická anomálie β
- vztah pro změnu vzdálenosti Marsu od Slunce v závislosti na jeho poloze
- aplikace *magnetické hypotézy spojené s propočtem librace* → stejné vzdálenosti jako z geometrických úvah, definitivní identifikace elipsy
- odhalené *tajemství dráhy Marsu*, jediná a elegantní *křivka - elipsa* nahradila složitý systém deferentů, epicyklů, ekvanty a excentrické kružnice, v **Nové Astronomii** eliptický tvar dráhy planety odvozen pomocí zákona ploch
- volná dráha Marsu v prostoru

Eliptický zákon - pojem dráhy

- interpretace pojmů *orbes* a *orbita*, postupný posun významu, přeměna *orbes* → *orbita*, Goldstein a Hon*
- Galileo Galilei (1564 - 1642) - pojem *orbes*, ve smyslu sfér, na nichž planety přichyceny, nejmenší a největší vzdálenost planet od Slunce
- podobně Kepler v **Tajemství vesmíru** ** z r. 1596, termín *orbes* pro planetární sférické vrstvy, materiální i geometrické objekty
- NA r. 1609 v úvodu pojmy *via* („cesta“), *iter* („stezka“), *circuitus* („oběh“) a *ambitus* („obcházení“), *orbita* → k zachycení excentrické dráhy - čtvrtá část NA, dráha nejen pouze geometrické, ale již i fyzikální povahy, použil pojem *orbita* - myšlená křivka
- **Souhrn koperníkovské astronomie** *** z r. 1618
- *eliptická křivka s dvěma ohnisky*

*B. R. Goldstein, G. Hon: Kepler's Move from *Orbs* to *Orbits*: Perspectives on Science **13**, 2005, s. 74 - 110.

**J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VIII. Mysteriorum cosmographicum*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1963.

*** J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

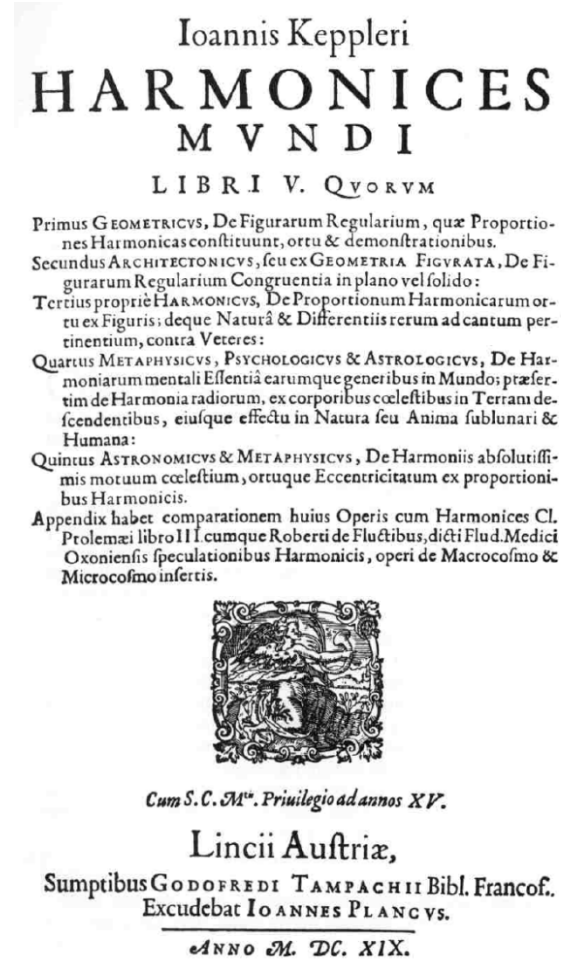
Harmonický zákon

- Kepler - **souvislost vzdáleností planet** od Slunce a **jejich oběžných dob**, vztah mezi úhlovými rychlostmi planet a vzdálenostmi od Slunce, v dnešní podobě **$r^3\omega^2 = \text{konst.}$**
- hledal **řád uspořádání pohybu planet**, popis proporcí pro planety,
- jaro 1618 objev...
- **r. 1619, Harmonie světa**, 5. kniha, 3. kap. *: „*Sed res est certissima exactissimaque quod **proportio quae est inter binorum quorumcunque Planetarum tempora periodica, sit praecise sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, id est Orbium ipsorum...***“
- „*Ale je to věc zcela jasná a přesná - **poměr, kterými je mezi oběžnými dobami kterýchkoliv dvou planet je přesně půldruhanásobkem poměru středních vzdáleností, tedy samotných drah ...***“

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VI. Harmonice mundi*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

Harmonický zákon

- v latinském jazyce 17. století
půldruha násobek poměru →
první veličiny, tj. oběžné doby
bereme v druhé mocnině,
střední vzdálenosti v mocnině třetí
- průměry eliptické dráhy -
velká a malá poloosa elipsy,
střední vzdálenost - aritmetický
průměr z minimální a maximální
vzdálenosti planety od Slunce



Dynamika pohybu planet - magnetická hypotéza

- **interakce** mezi Marsem a Sluncem - **magnetická** Gilbertová* hypotéza
- obě tělesa mají vlastní magnetické pole, planetární magnetická osa Marsu v apsidách (aféliu, perihéliu) kolmá k průvodiči Slunce - Mars, přitahování tak nenastávalo
- při pohybu planety od afélie byl jeden pól vláken k Slunci bližší, důsledkem bylo přitahování k němu, v perihéliu působení neutrální
- při pohybu Marsu od perihélie byl druhý pól jeho vláken bližší k Slunci, výsledkem bylo odpuzování od něho
- při pohybu planety podél přímky apsid nebyl průvodič kolmý k magnetické ose, proto nastávala magnetická interakce se Sluncem
- *W. Gilbert (1544-1603) - *De magnete magneticisque corporibus et de magno magnete Tellure physiologia nova - O magnetu, magnetických tělesech a velkém magnetu - Zemi, nová fyziologie*
- **V. Štefl: Jak Kepler dospěl k prvním dvěma zákonům v *Astronomia nova*. Čes. čas. fyz. **68** (2018), s. 41 - 50.

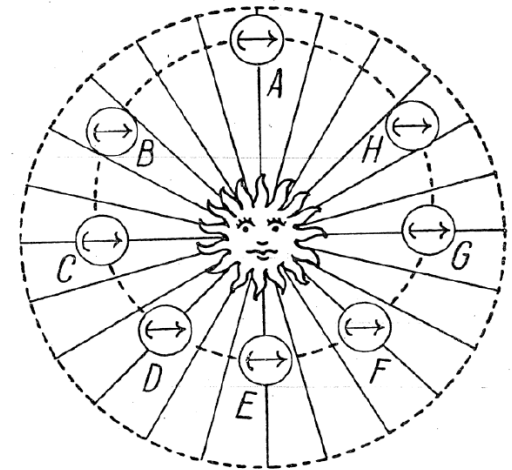
Dynamika pohybu planet

- výpočty pohybů planet založené na působících silách, 32. - 39. kap. **Nové astronomie**^{*}, nejprve koncepce silového působení na dálku se zdůrazněním fyzikálních příčin pohybů, **představa souboje mezi působící silou a přirozeným odporem tělesa planety k pohybu**
- pohyb planet ← přenášení rotace magnetických vláken (*filamenta, fibrae*) táhnoucích se podélně kolem magnetického tělesa (*corpus magneticum*) Slunce. Pohyb planet po oběžné dráze vyvolávaly působící hybné síly (*virtus motrix*) přenosem rotačního pohyb tělesa Slunce, prostřednictvím **nehmotné formy** (*species immateriata*)
- **doba pohybu** (*mora*) planet při přechodu určitým úsekem dráhy závisela na součtu impulsů působících částic této nehmotné formy
- zdroj hybné síly - výrony z magnetických vláken

^{*}J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

Magnetický model pohybu planet

- model pohybu planety kolem Slunce - **Epitome*** 4. kniha, 2.část
spojení **působení magnetických sil + pohyb planety**
- v nitru planety magnet, pól označený špičkou šipky → směr přitažlivé síly Slunce. Planeta se pohybuje po dráze ve směru hodinových ručiček. V aféliu A oba póly ve stejné vzdálenosti od Slunce, následně mezi A a B přitahovaný pól planety se začíná natáčet stranou směrem k Slunci. Postupně planeta prochází z B do C a do D. Následně projde perihéliem E, póly opět ve stejné vzdálenosti od Slunce. Od tohoto bodu nastává odpuzování pólu strany od Slunce, planeta se pohybuje od Slunce přes body F, G a H, až do afélie v A.



- *J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

Magnetický model pohybu Marsu

k eliptické dráze *nedospěl Kepler pouhým fitováním* pozorovacích údajů poloh Marsu

podstatná úloha *fyzikálních úvah* → *hledání příčin pohybu Marsu - magnetická hypotéza*

Kepler v kap. 58: „*Quod toto hoc opere spectavi, ut Physicam invenirem hypothesin, quae non tantum distantias efficeret observatis consentaneas sed etiam aequationes itidem probas*“ ...

„*Celým tímto dílem jsem zamýšlel ověřit fyzikální hypotézu, jejímž výsledkem by byly vzdálenosti shodné s pozorováním, ale zároveň také platné rovnice*“ * ...

* **rovnice - vyrovnání**, opravy rovnoměrného pohybu na nerovnoměrný a s nimi spojený přepočet úhlů

Nová astronomie → astrofyzika



r. 1609

Astronomia nova seu Physica cœlestis, tradita commentariis De motibus stellæ Martis, ex observationibus G. V. Tychonis Brahe, Jussu&sumptibus Rudolphi II. Romanorum Imperatoris ...

*Nová astronomie, založená na studiu příčin, čili nebeská fyzika, podávaná v komentářích o pohybu hvězdy [planety] Marsu, kterou na základě pozorování urozeného pana **Tychona Brahe**, z rozkazu a na náklad Rudolfa II., císaře římského...*

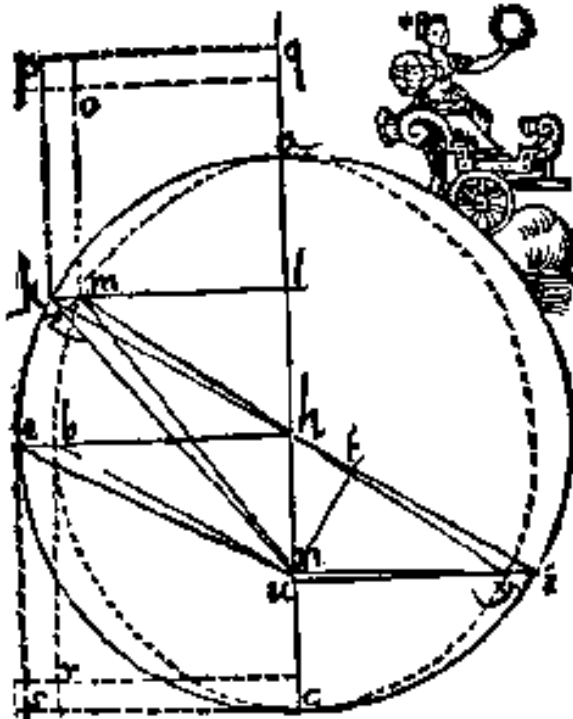
*O. Gingerich: **Kepler – první astrofyzik v historii**

Paradoxy a nepřesnosti Keplerova postupu

- *formulace prvních dvou zákonů na základě nepřesných i mylných předpokladů*
 - zákon ploch - chybný předpoklad kruhové dráhy Marsu
 - aplikace obecně neplatného zákona vzdáleností
 - v modelech drah hledal vztahy pro úhly kolem imaginárního bodu - *ekvantu*, nemajícího fyzikální podklad
 - *Slunce v jednom z ohnisek elipsy není zmiňováno v Nové astronomii, autor psal o punctum eccentricum - excentrickém bodě*
 - *pravděpodobně Kepler nejprve ani plně nechápal jeho přesný význam, neznal analytickou geometrii, polární tvar elipsy až později Mercator*
 - podpora matematického modelu dráhy - interakce Slunce - Mars
- nepravdivou fyzikální magnetickou hypotézou*
- Slunce uvádí do pohybu Mars, magnetická hypotéza předpokládala jejich postrkování podél drah nehmotnými paprsky vysílanými Sluncem
- závěr chybných kroků → správný zákon ploch i eliptický zákon!***

Odvození a význam Keplerových zákonů

gnómon



souhlas přesných pozorování s teorií

objev učiněn syntetickou geometrií,
podpořen nesprávnou magnetickou
hypotézou*

*Keplerovy zákony vyjadřovány slovně na
podkladě matematických odvození*

*spojovací most z geometrie do astronomie,
z kinematiky k dynamice,
k zákonu všeobecné gravitace*

**odvození Keplerových zákonů:*

*I. Newton, W. R. Hamilton, J. C. Maxwell,
R. P. Feynman*

*V. Štefl: Keplerovy zákony v historii a v soudobých učebnicích. Čes. čas. fyz. 70 (2020), s. 190.

Přijetí Keplerových zákonů v 17. století

*uznání platnosti - Willebrord Snell,
Jeremiah Horrocks, Robert Hooke,
Isaac Newton*

*ignorance Keplerových zákonů -
Blaise Pascal, Francis Bacon,
Galileo Galilei, René Descartes*



*Ismaël Boulliau (1605-1694),
Filolaova astronomie 1645
vlastní teorie pohybu planet,
vztah pro pokles gravitační síly nepřímo
úměrně se čtvercem vzdálenosti,*

*dynamická podstata Keplerových zákonů,
Newton - Principia 1687, definitivní uznání*

*V. Štefl: Zákony pohybu planet od Keplera po Newtona. Čes. čas. fyz. **71** (2021) 378.

Prameny novověké vědy

- *Výbor z Nové astronomie Keplera*
- *Výbor z Principií Newtona*
- *Překlad Prubíře Galilea a Váhy Grassiho*
- *Překlad Úvah o mnohosti světů Fontenella*
- *Překlad Umění předpokládat Jacoba Bernoulliho*

výbor, překlad s průběžnými poznámkami + rozsáhlé úvodní **komentáře** - filozofické, astronomické, fyzikální...

fontes scientiæ - prameny vědy



pět knih v nakladatelství Togga, Praha 2020

Nová astronomie

Johannes Kepler

Nová astronomie

(výbor z díla)

Z latiny přeložila:

Katarina Petrovičová

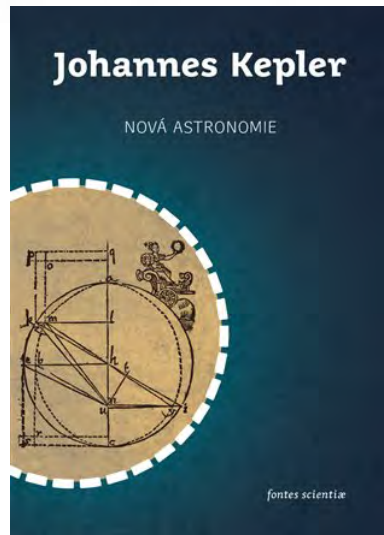
Odborná spolupráce a komentáře:

Vladimír Štefl a Daniel Špelda

Odborní recenzenti:

PhDr. Alena Hadravová, CSc., DSc.

doc. RNDr. Petr Hadrava, DrSc.



Keplerova cesta k elipse

Historický úvod

Zpracování pozorování

Dráha Marsu v prostoru

Model náhradní hypotézy

Druhý Keplerův zákon

Model oválu

Zpřesnění vzdáleností

Hypotéza planetární mysli

Fyzikální magnetická hypotéza

První Keplerův zákon

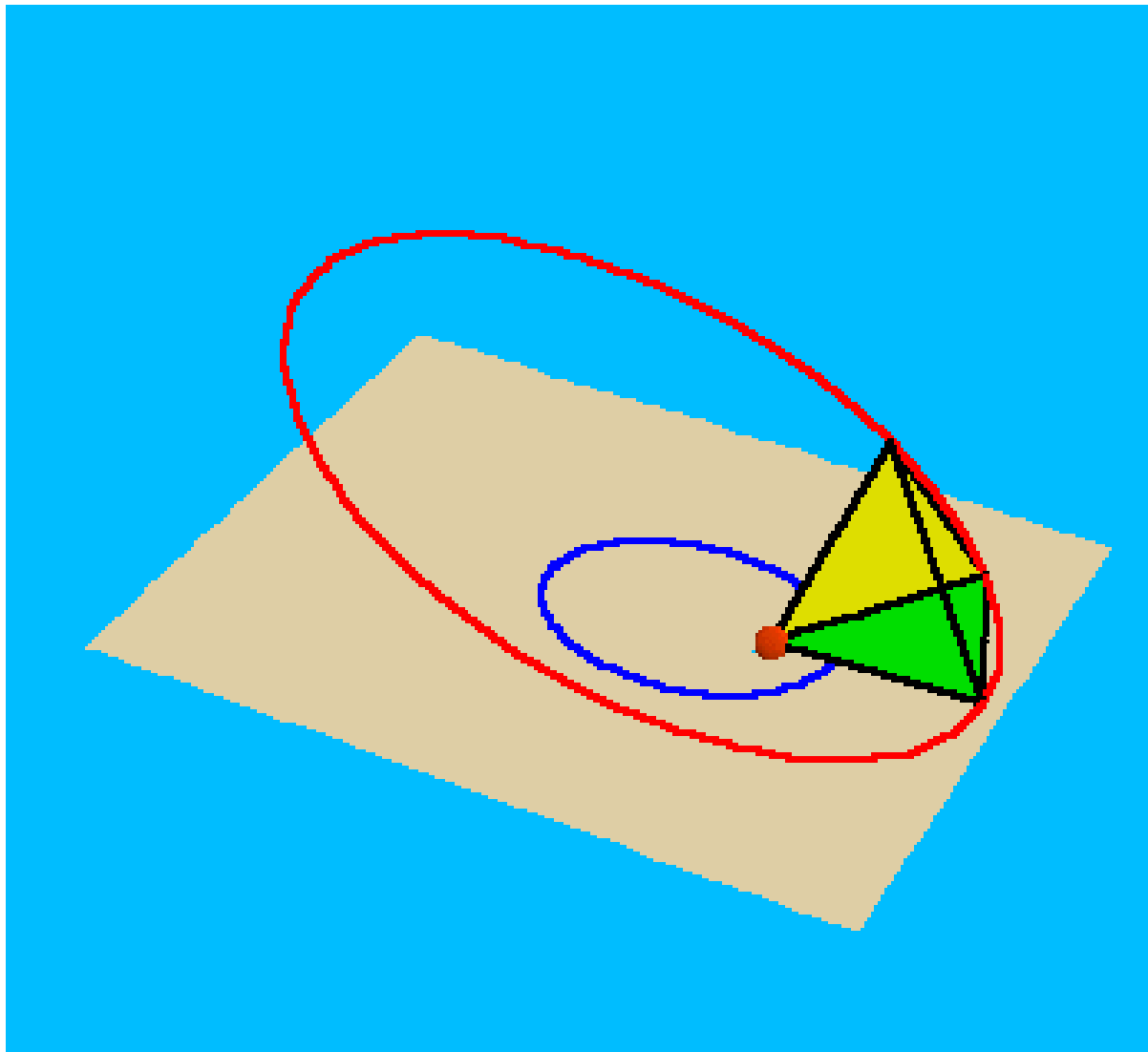
Keplerova rovnice

Význam Nové astronomie

Togga, Praha 2020, 270 str.

Děkuji za pozornost

Zákon ploch



Česká literatura:

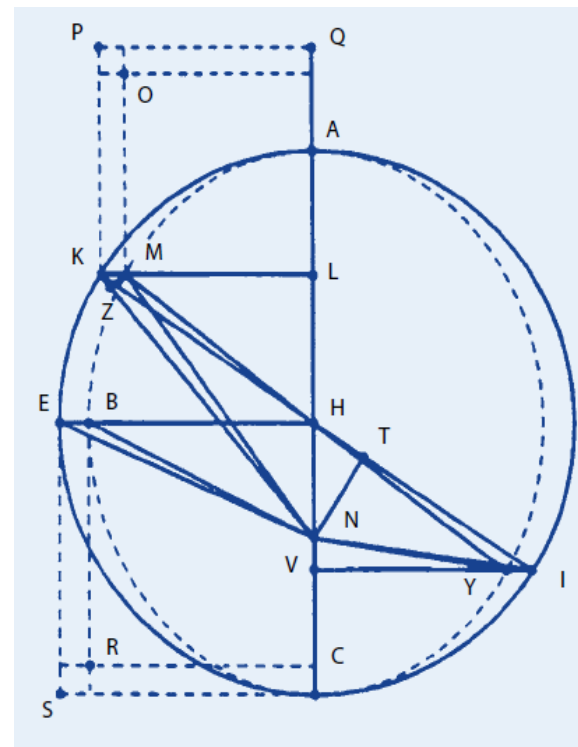
- V. Štefl: Jak Kepler dospěl k prvním dvěma zákonům v *Astronomia nova*. Čes. čas. fyz. **68** (2018), s. 41 - 50.
- V. Štefl: Keplerovy kroky na cestě k elipse. Čes. čas. fyz. **69** (2019), s. 190 - 199.
- V. Štefl: Keplerovy zákony v historii a v soudobých učebnicích. Čes. čas. fyz. **70** (2020), s. 190 - 197.
- V. Štefl: Zákony pohybu planet od Keplera po Newtona. Čes. čas. fyz. **71** (2021), s. 375 - 385.
- V. Štefl: Keplerovy představy o dynamice pohybu planet. Čes. čas. fyz. **72** (2022), s. 201 - 207.

Dodatečný přehled anomálií

až v kap. 60 *NA* – definice:

střední anomálie poměřována **plochou kruhového sektoru AKN** ,
zavedené pojmenování času, rovnoměrně narůstajícího,
určována od afélie dráhy, až Euler změnil počátek odečtu od perihélia
excentrická anomálie $\propto KHA$, zachycovala dráhu
uraženou planetou od afélie, oblouk AM
na elipse prostřednictvím $\propto AHM$,
vytyčován obloukem kružnice AK , $\propto AHK$
vyrovnaná anomálie (tj. pravá anomálie) $\propto ANK$
z velikosti oblouku AK pozorovaného z N
rozdíl excentrické anomálie $\propto KHA$ a
vyrovnané anomálie $\propto ANK$

souvislost střední anomálie M (času) a anomálie E



Nová astronomie*

spis - 70 kapitol, 337 stran, 5 částí

- ***O srovnání hypotéz***
- ***O první nerovnosti Marsu podle učení starých astronomů***
- ***Zkoumání druhé nerovnosti, tj. pohybů Slunce nebo Země, klíč do hloubi astronomie, kde je mnohé o fyzikálních příčinách pohybů***
- ***Zkoumání správné velikosti první nerovnosti podle fyzikálních příčin a vlastního názoru***
- ***O šířce***

výbor - překlad: ***Úvod, klíčové kap. 57 - 60***
zlatá koruna NA - kap. 59, 15 proteorémů

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLI.

Nová astronomie - pojetí překladu

pojetí - autorova nedůslednost zápisu úvah, jazykových i terminologických, u geometrických útvarů *přímku* definovaly dva, tři i více bodů, *čtverec* naopak body dva, *kružnici* body čtyři, *úhel* body dva, a pokud tři, ne vždy v odpovídajícím pořadí (tj. s vrcholem uprostřed), jeden a tentýž útvar popisován různě, *gnómon* dva body, pro *planety a souhvězdí* používány astronomické symboly, někdy pojmenování...

historická věrnost - *ponecháno nesystematické vymezení* v překladu i ve výkladech

plocha (*area*) rovinných útvarů a křivek, v překladu zachováno, přestože neodpovídá současné terminologii, Kepler měl na mysli *obsah rovinných útvarů a křivek*,

pondus, dnes „*hmotnost*“, podán terminologicky méně přesně, historicky adekvátnější „*váha*“

Nová astronomie - problémy překladu

překlady výrazů, dnes chápaných jako specializované termíny:

impetus: v našem překladu - „**poryv**“, ***species immateriata***: „**nehmotná forma**“

pro větší srozumitelnost v nezbytných případech, upřednostněna současná česká terminologii - ***mora*** - „**doba pohybu**“, „vymezení času, k přechodu příslušného úseku“ - geometrická interpretace termín ***lunula*** - **srpek** (obsah plochy mezi kružnicí a oválem respektive elipsou)

„dráha buclaté tváře“ (*iter buccosum, via buccosa*) - abstraktnější „zaoblená dráha“, útěk“ (*fuga*) u magnetické síly - „odpuzování“

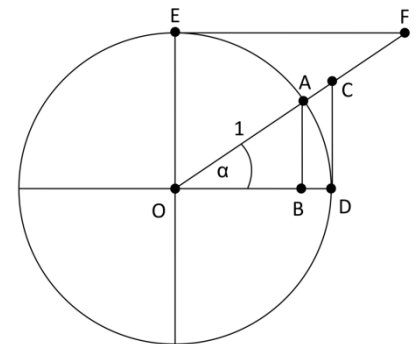
v některých případech ponechány Keplerovy termíny v latinizované podobě ***libratio***: „**librace**“ - vyvažování

proteorema: „proteorém“ - úvod do diskuse

matematické pojmy: ***sinus rectus*** - **současný sinus**, ***sinus versus*** - **obrácený sinus**,

$\text{versinus } \alpha = 1 - \cos \alpha = |BD|$

interpretace vzorců - východisko překladu



Hledání dráhy

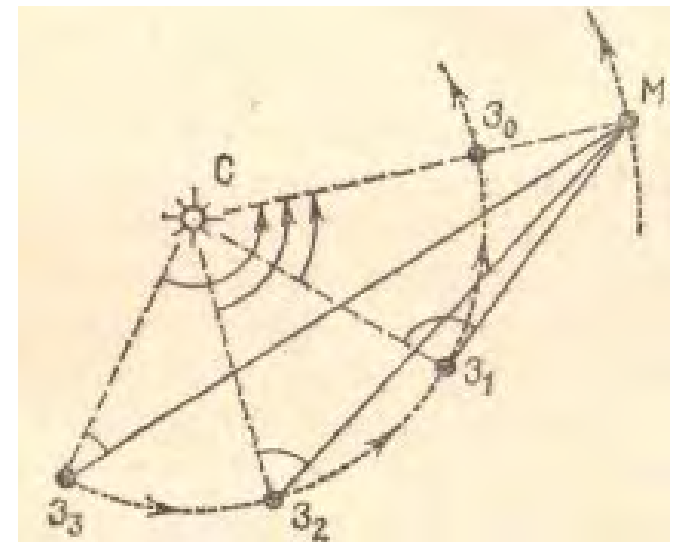
Kepler zkoumal matematické vyjádření křivky dráhy Marsu, postupně volil různé modely – konfrontoval je s pozorovacími údaji. Postup věrně zachytil v *NA*, včetně všech nesprávných úvah...

- *Upřesnění dráhy Země*
- *Model vicarious hypothesis*
- *Model via buccosa*
- *Magnetický model*
- *Eliptický zákon*

Upřesnění dráhy Země

Kepler - Mästlinovi 5.3.1605: „Za jedinou poctu si počítám, že jsem byl božským řízením přiveden k Tychonovým pozorováním.“

- nezbytnost upřesní její dráhy, v hel. modelu se Země pohybuje
- metoda **opozice Marsu** a následně jejich pozorování každou siderickou oběžnou dobu - 687 dnů, planeta vzhledem k vzdáleným hvězdám vždy ve stejném místě, Mars **fiktivní lucerna** - **Einstein**
- Zemi 3_1 scházelo ve stejném čase k uskutečnění dvou siderických oběhů ještě urazit oblouk o úhlu 43°
- Kepler pozoroval Mars ze Země pod jiným úhlem, na pozadí odlišných hvězd oblohy, z obou uvedených směrů pozorování planety triangulací stanovil novou polohu Země, kap. 24 *NA*

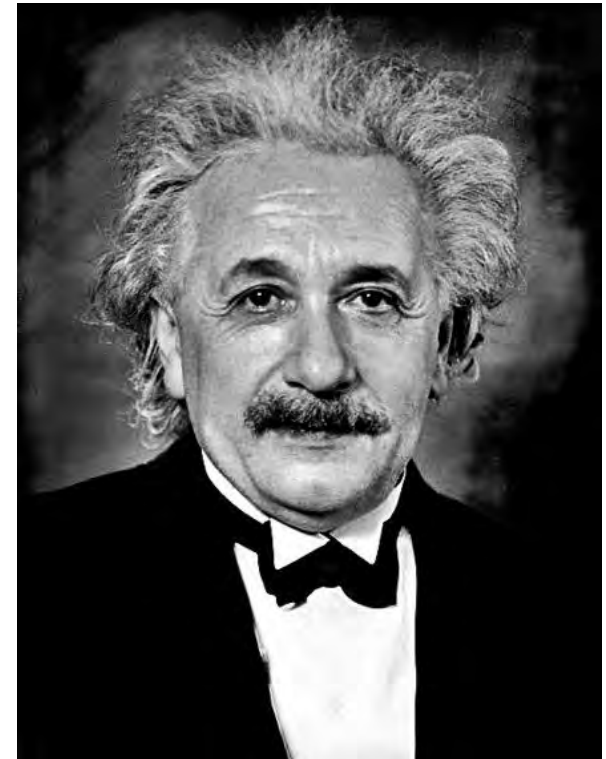


Upřesnění dráhy Země

- za další a další siderické oběžné doby Marsu postupně našel následné polohy Země, z jejich množiny → určil dráhu, téměř shodnou s kružnicí, *Slunce posunuto mimo střed*

- Keplerovu důvtipnou metodu při příležitosti 300 letého výročí jeho smrti ocenil **Albert Einstein (1879 - 1955)** * obdiv vyjádřil slovy:

„Takto objevil Kepler skutečný tvar zemské dráhy, jakož i to, jak ji Země opisuje. My později narození Evropané, Němci nebo dokonce Švábové ho za to nemůžeme dost obdivovat a velebit.“



* A. Einstein: Albert Einstein über Kepler. Frankfurter Zeitung 9. listopadu 1930.
Překlad do českého jazyka H. Karlach.

Volba Marsu

Kepler zvolil **Mars**, pohyb ve větších výškách, s větší **excentricitou** dráhy → proniknout do tajů pohybů planet

v pohybu Marsu **dvě nerovnosti** (odchylky od rovnoměrného pohybu - **nerovnoměrnosti**)

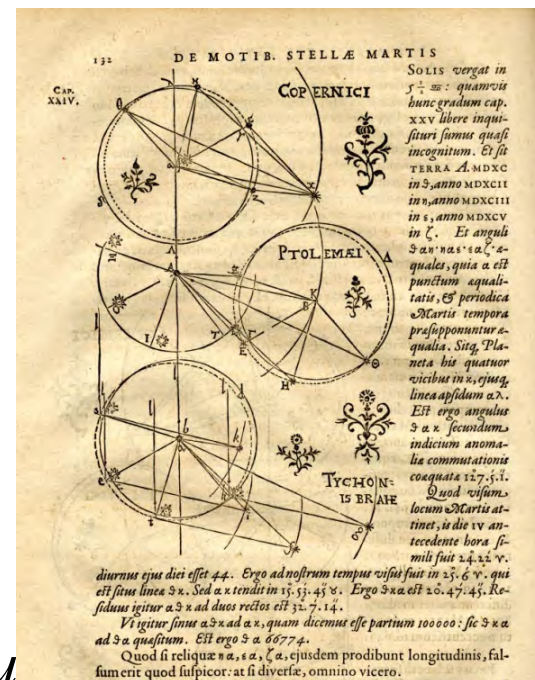
- **první nerovnost**, pravidelná změna oběžné a úhlové rychlosti s periodou odpovídající jeho siderické oběžné době - 687 dnům, dána eliptickým tvarem dráhy planety
- **druhá nerovnost** vyjadřovala nestálost směru pohybu, zastavování či zpětné pohyby, způsobené rozdílnou oběžnou rychlostí planet a Země při oběhu kolem Slunce

první nerovnost - rychlejší pohyb Marsu v souhvězdí Kozoroha než na opačné straně zvěrokruhu v souhvězdí Raka, → závislost na poloze planety podél ekliptiky

interpretace první nerovnosti → klíč k nalezení I. a II. Keplerova zákona

Model vicarious hypothesis

- vzhledem k relativně malé excentricitě dráhy Marsu → *dráha kruhová* respektive její *modifikace*
 - první období z let 1600 - 1602, „*vicarious hypothesis*“ tzv. *náhradní hypotéza*“
 - zdokonalení geocentricko-heliocentrického modelu soustavy, název části *NA O srovnání hypotéz*, model dráhy Marsu zahrnoval *excentrickou kružnici a ekvant*, dráha - imaginární pomocná excentrická kružnice
- Kepler v dopise D. Fabriciovi* z 1.10.1602 vysvětlil, že *svoji konstrukci chápe jako pomocnou*



*J. Kepler.: *Gesammelte Werke. Band XIV. Briefe 1599 - 1603*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLIX.

Model vicarious hypothesis

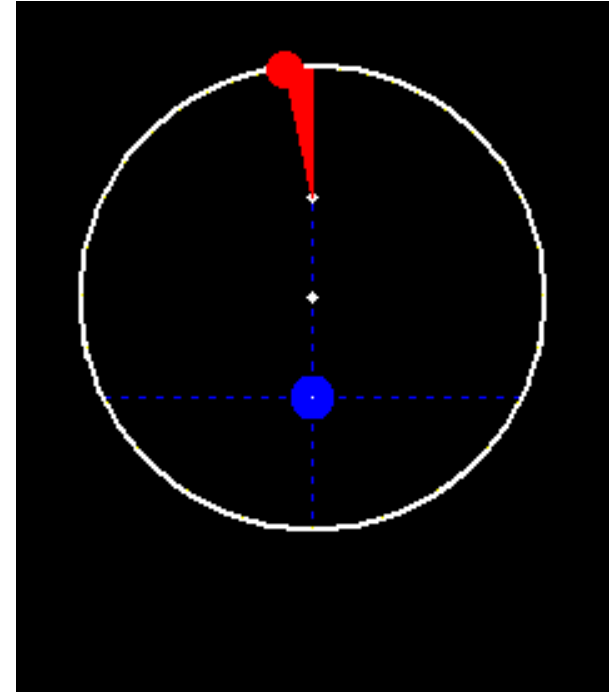
na přímce apsid - střed dráhy

Slunce excentricky položené
souměrně ke středu bod

„*punctum equans*“ - *ekvant*,

bod v konstantní vzdálenosti od středu,
kolem kterého probíhal rovnoměrný
úhlový pohyb planet

u Keplera v heliocentrickém
modelu, podle *NA*:



„circa „quod punctum aequalibus temporibus
Mars aequales angulos conficiat.“ -

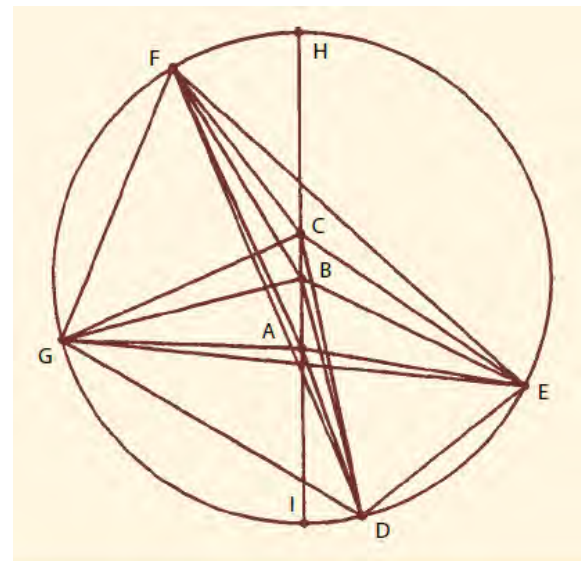
„*Mars opisuje stejné úhly v stejném čase*“.

Model vicarious hypothesis

stanovení *lineární excentricity Slunce od středu* – BA ,
excentricity ekvantu - BC

Kepler zjišťoval $\sphericalangle HBF$, $\sphericalangle HAF$, hledal vztah mezi nimi*, zkoumal, zda body F , G , D , E , se nachází na kružnici, bod B leží mezi body A a C , pokud podmínka poloh bodů nebyla splněna, prověřoval další, iterační postupná přiblížení s využitím matematických rozkladů, opakoval 70krát, komentoval v *NA*:

„Jestliže byla tato únavná metoda vyplněna s nechutí, mělo by Tě to naplnit soucitem se mnou, neboť jsem některé výpočty provedl alespoň 70krát při vydání velkého množství času...“



*V. Štefl: Keplerovy kroky na cestě k elipse. Čes. čas. fyz. **69** (2019), s. 190.

Modely vicarious hypothesis

výpočet **bez bisekce excentricity**

kruhové dráhy o poloměru 100 000 dílů,

lineární excentricita Slunce $BA = 11\,332$ dílů, ekvantu $BC = 7\,232$ dílů

→ souhlas úhlových poloh Marsu, nikoliv jeho vzdáleností od Slunce

→ podmínka **bisekce excentricity** $BC/BA \approx 1$

numerická excentricita $e = 0,09282$ (dnešní $e = 0,09337$)

lepší vzdálenosti, nepřesné polohy heliocentrických délek

rozdíl pozorovaných a vypočítaných poloh činil zhruba 8′

Kepler pochopil, že Tycho Brahe se tak velké chyby při pozorování nedopustil, Tychonova přesnost činila - 2′, zavrhl roční výpočty,

→ **model vicarious hypothesis odmítnut**

Model via buccosa

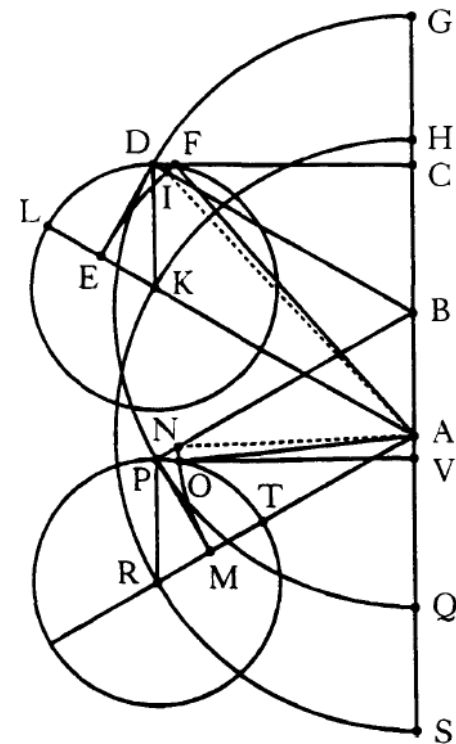
začátek r. 1605, návrat k oválu, *via buccosa* - zaoblená dráha - buclatá tvář, popis při studiu librace v kap. 57, dráha nesymetrická kolem průměrů v kvadrantech, ***poslední mylný pokus před elipsou***

hruškovitý tvar dráhy, geometrické úvahy: $\sphericalangle DKE = \sphericalangle BAK$ ($DK \parallel BA$), $\sphericalangle PRM = \sphericalangle PBA$, $\sphericalangle PBA = \sphericalangle BAK$ (oblouk $GD =$ oblouku QP). Dále $\sphericalangle DKE = \sphericalangle PRM$, $KD = PR = AB$, $\triangle DEK$ shodný s $\triangle PMR$, $ED = MP$. Ale $\sphericalangle EDI = \sphericalangle MPN$, oba úhly pravé,

$ED \perp BD$, obdobně $MP \perp BP$,
poloměr kružnice AE (AI) $>$ AM (AN),
poněvadž $AK = AR$. Kepler si uvědomil,
že $\sphericalangle AMP$ je pravý, stejně jako

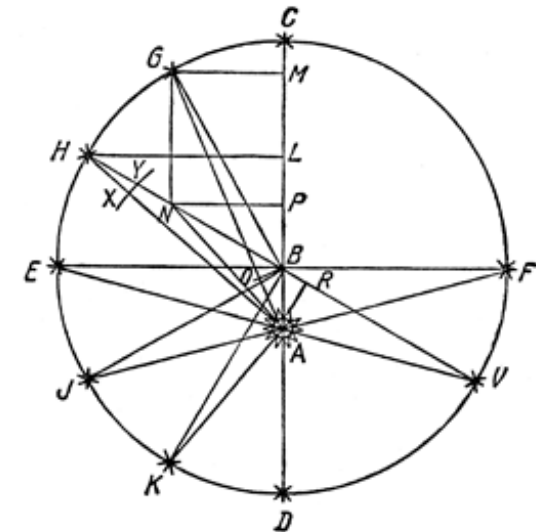
$\sphericalangle AED$, $MP = ED$, zavedl kružnici $r = AM$
protínající přímku PB v N a kružnici $r = AE$
procházející přímkou DB v I , zjistil $PN > DI$.

model v dolním kvadrantu - širší dráha než v horním,
asymetrická, neodpovídá ***Kepler*** $\rightarrow$ ***Mars v F***

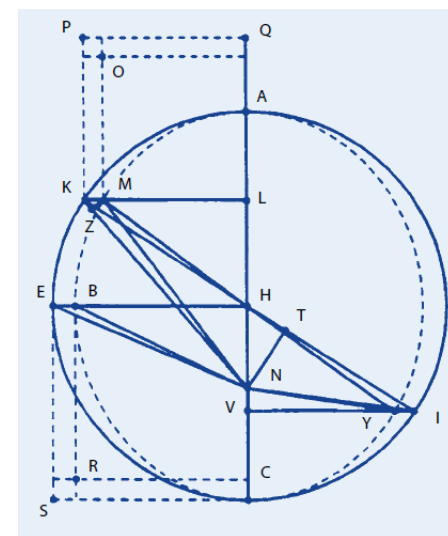


Přechod k elipse, lunula - srpek

- velikost velké poloosy dráhy Marsu = 100 000 dílů,
šířka **srpku**, původně **429** dílů, v kap. 56 *NA*,
což si Kepler uložil do paměti,
optická rovnice - $\sphericalangle AEB$, $\sphericalangle 5^{\circ}18'$,
tedy $5,3^{\circ} \rightarrow$ tabulky trig. funkcí,
sekans $\sphericalangle AEB = EA/EB$ - 100 **429** dílů
při $EB = 100\,000$ dílů definován délkou EA

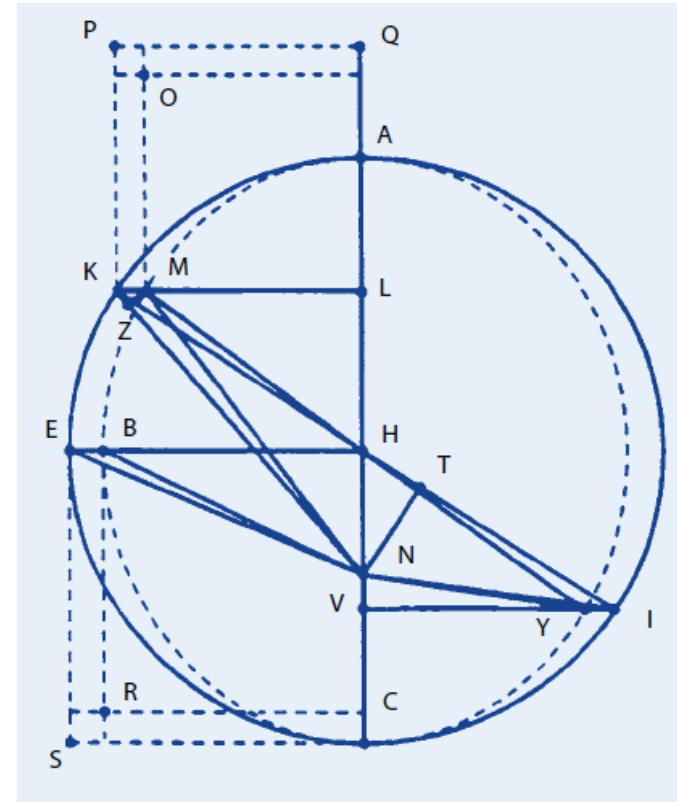


- Kepler *NA*: „...náhodou jsem narazil na
sekans $\sphericalangle 5^{\circ}18'$, což je odpovídající
největší optické rovnici. Když jsem
viděl, že je to 100 **429**, jako bych
se probudil ze sna. Začal jsem
uvažovat jako zalitý novým světlem.“



Přechod kružnice - elipsa

v *NA*, **kap. 59** přechod k eliptické dráze, *lineární transformace všech souřadnic pomocné excentrické kružnice v poměru velikostí malé a velké poloosy elipsy $b : a$* , jestliže $HB = b$, $NB = a$, vepsal ji do zmiňované kružnice, z jejího obvodu spustil kolmice KL , EH na přímku apsid AC , které protínaly v bodech M a B obvod elipsy, poměr v původním textu v *NA* zapsal $BH : HE = ML : KL$ poměr velikostí ploch elipsy ABC a kružnice AEC , byl rovný poměru velikostí kolmic z elipsy a z kružnice, v poměru malé a velké platilo $ABC : AEC = BH : EH$ zaměnil plochy sektorů elipsy a kruhu, vztahem $ANM : ANK = ML : KL = b : a$



Eliptický model pohybu Marsu

- stanovení plochy sektoru elipsy → *záměnou za k ní přidruženou plochu kruhového sektoru*, obě vyjádřeny pomocí geometrických veličin.

-pro poměr obsahu ploch trojúhelníků platí $MNL : KNL = b : a \rightarrow$

plocha elip. sektoru $ANM = b/a \times$ plocha kruh. sektoru AKN

bod M reprezentuje Mars, přidružené plochy kruhového sektoru $AKN = AHK$ a $\triangle HNK$

-k **poměrování součtu vzdáleností** mezi po eliptické dráze se pohybující planetou a Sluncem použil **kruhovou plochu**

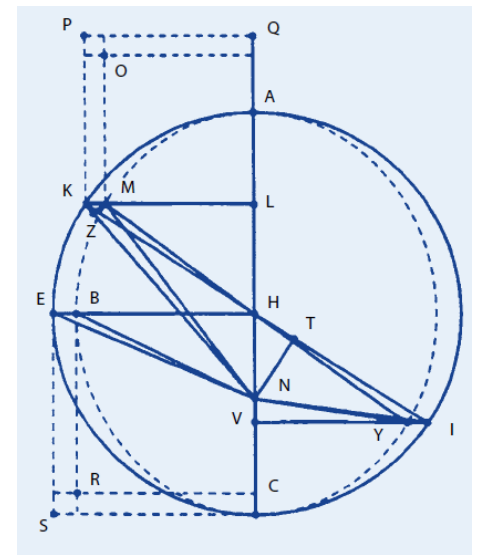
- **čas**, který Mars (M)

potřebuje k přemístění podél oblouku

eliptické dráhy AM , lze určit pomocí

obsahu plochy kruhové výseče AKN ,

kde N je poloha Slunce



- *NA: „Arcum ellipseos, cujus moras metitur area AKN “ - „Oblouk elipsy AM , jehož čas je poměřován plochou AKN “*

Magnetický model pohybu Marsu

k eliptické dráze *nedospěl Kepler pouhým fitováním* pozorovacích údajů poloh Marsu

podstatná úloha *fyzikálních úvah* → *hledání příčin pohybu Marsu - magnetická hypotéza*

Kepler v kap. 58: „*Quod toto hoc opere spectavi, ut Physicam invenirem hypothesin, quae non tantum distantias efficeret observatis consentaneas sed etiam aequationes itidem probas*“ ...

„*Celým tímto dílem jsem zamýšlel ověřit fyzikální hypotézu, jejímž výsledkem by byly vzdálenosti shodné s pozorováním, ale zároveň také platné rovnice*“ * ...

* **rovnice - vyrovnání**, opravy rovnoměrného pohybu na nerovnoměrný a s nimi spojený přepočet úhlů

Magnetický model pohybu Marsu

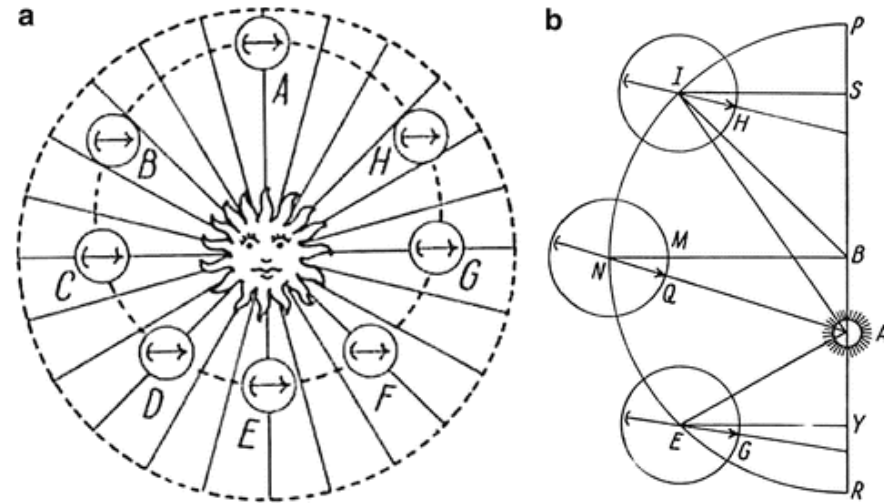
- **interakce** mezi Marsem a Sluncem - **magnetická** Gilbertova* hypotéza
- obě tělesa mají vlastní magnetické pole, planetární magnetická osa Marsu v apsidách (aféliu, perihéliu) kolmá k průvodiči Slunce - Mars, přitahování tak nenastávalo
- při pohybu planety od afélia byl jeden pól vláken k Slunci bližší, důsledkem bylo přitahování k němu, v perihéliu působení neutrální
- při pohybu Marsu od perihélia byl druhý pól jeho vláken bližší k Slunci, výsledkem bylo odpuzování od něho
- při pohybu planety podél přímky apsid nebyl průvodič kolmý k magnetické ose, proto nastávala magnetická interakce se Sluncem

•*W. Gilbert (1544-1603) - *De magnete magneticisque corporibus et de magno magnete Tellure physiologia nova - O magnetu, magnetických tělesech a velkém magnetu - Zemi, nová fyziologie*

•**V. Štefl: Jak Kepler dospěl k prvním dvěma zákonům v *Astronomia nova*. Čes. čas. fyz. **68** (2018), s. 41 - 50.

Magnetický model pohybu Marsu

- popis fyzikálního děje → stanovení pravidla pro vzdálenosti planety
- *excentricita elipsy regulovala intenzitu interakce* magnetických vláken Marsu se Sluncem, přibližování a vzdalování planety od Slunce záviselo na velikosti vzájemného magnetického působení obou těles.
- podobně jako u magnetu Kepler předpokládal pokles působící síly s rostoucí vzdáleností
- *o správnosti fyzikální magnetické hypotézy Kepler nepochyboval*, v NA: „Pokud by fyzikální příčiny, které jsem na počátku přijal jako principy, nebyly platné, nikdy by nemohly obstát v tak důkladném zkoumání.“



Magnetický model pohybu Marsu

variace vzdálenosti – reprezentovala libraci,
přibližování a vzdalování planet k Slunci,
ve svých důsledcích realizující eliptickou dráhu ,
Kepler zavedl latinský termín „*libratio*“
librační pohyb - oscilaci vzdálenosti v radiálním směru

pojem z mechaniky, vyvažování („*libro*“)
přírodní příčiny lze zachytit
jako *předměty na páce, zákon rovnováhy*
planetární librace - produkt magnetických sil,
podložil matematickým výpočtem
vycházejícím z magnetické hypotézy.

česky: „vzájemný vztah [librace $\gamma\kappa$, $\kappa\mu$, $\mu\zeta$] je koordinovaný s prostorovým přesunem na excentricitě **přírodními prostředky** [magneticky], které nezávisí na rovnosti úhlů DBC, EBD, FBE, ale na velikosti neustále narůstajících úhlů DBC, EBC, FBC.”

při planetě v D , librace se měnila v závislosti $1 - \cos \beta$, kde β je $\sphericalangle CBD$ *excentrické anomálie*, úhlová vzdálenost planety od afélie, poměřovaná úhlem od středu dráhy, viz obr.

Magnetický model pohybu Marsu

Kepler - geometrické změny, hledání parametrů elipsy, magnetická hypotéza, vhodné vzdálenosti Marsu od Slunce tak i rovnice. *magnetického působení* na obr., kruh **DFAI** je tělesem

planety, šipka - směr osy magnetu,

magnetické osa DA , D pól přitahovaný k Slunci,

A odpuzovaný, Slunce v bodě K na úsečce BK ,

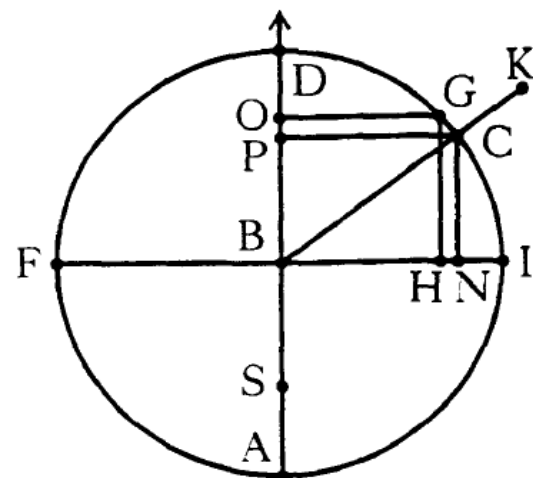
✂ KBI - vyrovnaná anomálie - zachycovala úhlový pohyb planety od afélia při pozorování ze Slunce, viz dále

délka **CN** - sin anomálie vyjadřovala velikost magnetické síly

délka úsečky DP - velikost odpudivé síly, úsečky AP přitažlivé síly,

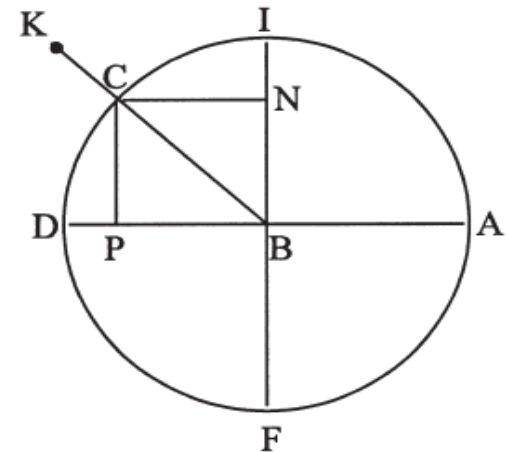
výsledná síla - rozdíl, délka úsečky SP

dvojnásobek délky úsečky $PB = CN$, viz obr.



Magnetický model pohybu Marsu

pootočením obr. o 90° - názornější obr.
demonstruje rovnováhu na páce,
s rameny ***DP*** a ***AP***, zavěšenými z ***CP***
systém při poměru velikostí $\sphericalangle DBK : \sphericalangle ABK$
úměrnému poměru vah (hmotností) ***D*** : ***A***,
nepřímo úměrný délkám úseček ***DP*** : ***AP***,
Kepler - velikost úhlů je **přirozená**,
z čehož vyplývá stejný poměr jako v rovnováze,
autorovy úvahy $\sphericalangle DBK$ a $\sphericalangle ABK$ určovaly
polohy přitažlivého a odpudivého pólu k Slunci,
velikosti uvedených úhlů - velikosti přitažlivé a odpudivé síly



Eliptický zákon

- za matematické vyjádření eliptického zákona v NA -
vztah pro vzdálenost Slunce - Mars, Davies* -
moderní matematickou symbolikou:

označení ohniskové vzdálenosti $NH = ae$, $NB = a$, $HB = b$, v $\triangle NBH$ platí $b^2 = a^2 - a^2e^2$, podle $ML : KL = b : a$, v $\triangle HKL$ vyjádříme $KL = a \sin \beta$, $ML = b \sin \beta$, $\beta = \sphericalangle KHA$

- pravá anomálii $\nexists ANM$, v ΔMNL

$$ML = b \sin \beta, NL = (\cos \beta + e)$$

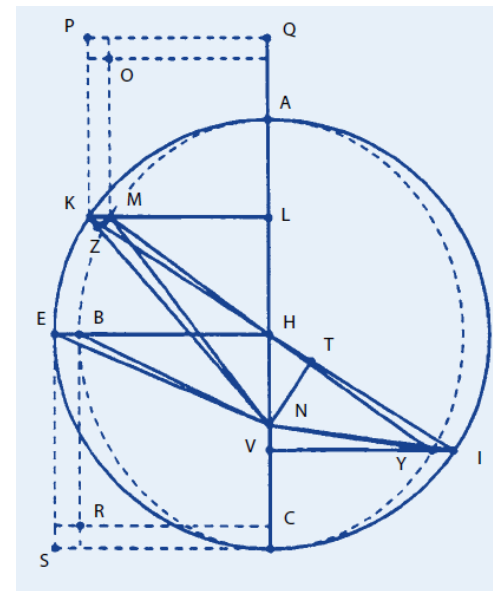
dosadíme do $r^2 = NM^2 = ML^2 + NL^2$

$$\rightarrow r^2 = b^2 \sin^2 \beta + a^2 (\cos \beta + e)^2$$

- po úpravách $r^2 = a^2 (1 + 2e \cos \beta + e^2 \cos^2 \beta)$,

$$r = a (1 + e \cos \beta)$$

průvodič (radiusvektor) r excentrické anomálie β



* A. E. L. Davies: „Kepler’s *Astronomia nova*: a geometrical success story“. *Kepler’s Heritage in the Space Age*. Ed. A. Hadravová, T. J. Mahoney, P. Hadrava, Národní technické museum, Praha 2010, s. 17.

Keplerova rovnice

**střední anomálie M poměřována plochou kruhového sektoru AKN ,
excentrická anomálie $\propto HKA$**

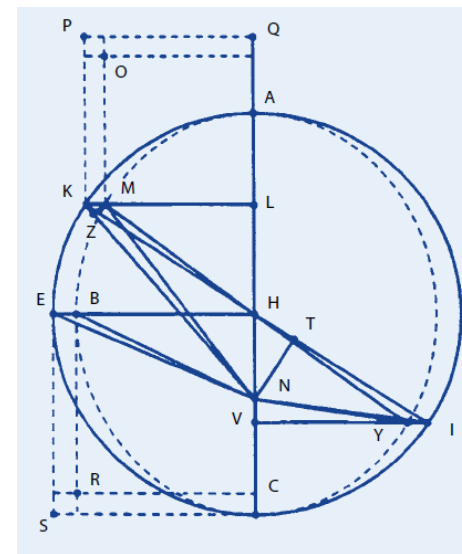
lineární excentricita $HN - ae$,

plocha $\triangle NKH \rightarrow \frac{1}{2} a^2 e \sin E$

plocha kruhové výseče $HKA \rightarrow \frac{1}{2} a^2 E$

poměr ploch elipsy a kružnice $KL/ML = b/a$

vyjádření excentrické anomálie E v *radiánech*



plocha eliptického sektoru $NMA = b/a \left(\frac{1}{2} a^2 E + \frac{1}{2} a^2 e \sin E \right) = \frac{1}{2} ab (E + e \sin E)$

plocha eliptického sektoru NMA je úměrná času,
v $NA\dots$, *area pro mensura temporis constituitur*” ... „*plocha je
poměřována časem*“

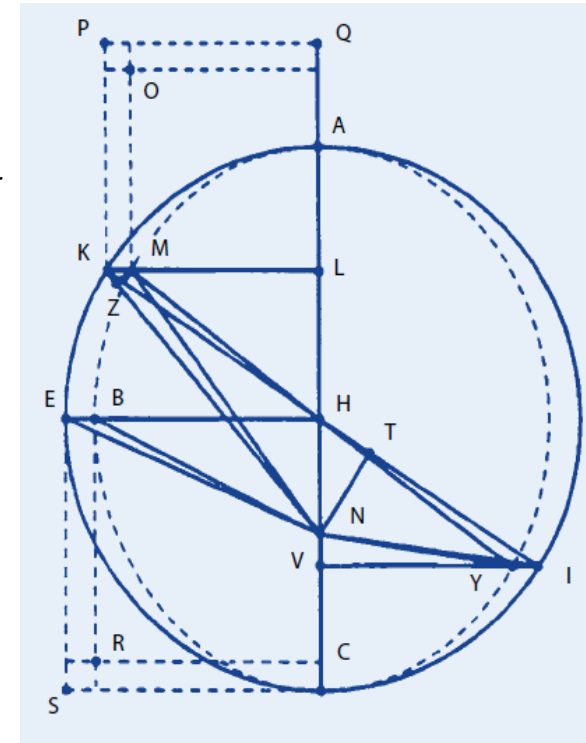
plocha eliptického sektoru $NMA = \pi a b t/T$, $\rightarrow 2 \pi t/T = M$
 upravíme, **Keplerova rovnice:** $E + e \sin E = M$

Dodatečný přehled anomálií

až v kap. 60 *NA* – definice:

střední anomálie poměřována **plochou kruhového sektoru AKN** ,
zavedené pojmenování času, rovnoměrně narůstajícího,
určována od afélie dráhy, až Euler změnil počátek odečtu od perihélia
excentrická anomálie $\propto KHA$, zachycovala dráhu
uraženou planetou od afélie, oblouk AM
na elipse prostřednictvím $\propto AHM$,
vytyčován obloukem kružnice AK , $\propto AHK$
vyrovnaná anomálie (tj. pravá anomálie) $\propto ANK$
z velikosti oblouku AK pozorovaného z N
rozdíl excentrické anomálie $\propto KHA$ a
vyrovnané anomálie $\propto ANK$

souvislost střední anomálie M (času) a anomálie E



Keplerova rovnice

$$E + e \sin E = M$$

v NA: „Spokojím se s tím, že budu věřit tomu, že to nelze vyřešit a priori kvůli nestejnorodosti oblouku a sinu. Kdokoli však, kdo mi ukáže cestu ven z mého bloudění, bude pro mě samotným velkým Apollóniem.“

- rovnice $\rightarrow$ určit E při zadaném čase, tudíž M a e , netriviální, řešení Keplerovy rovnice nelze vyjádřit jako konečnou kombinaci elementárních funkcí M a e , neexistuje analytické řešení, pouze numerické
- obtíže s řešením Kepler zmiňuje např. i v knize páté, části druhé, kapitole čtvrté spisu *Souhrn koperníkovské astronomie* *

* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMXXXX, s. 390-393.

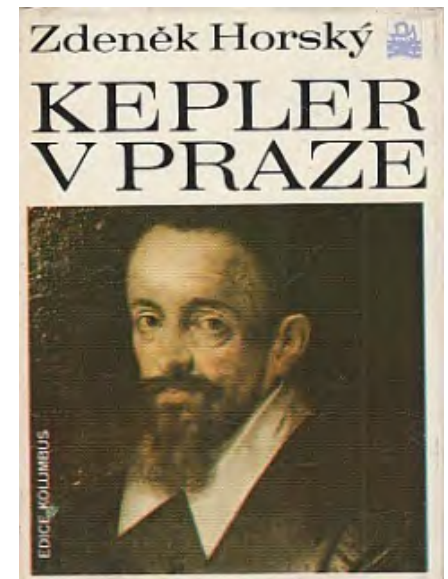
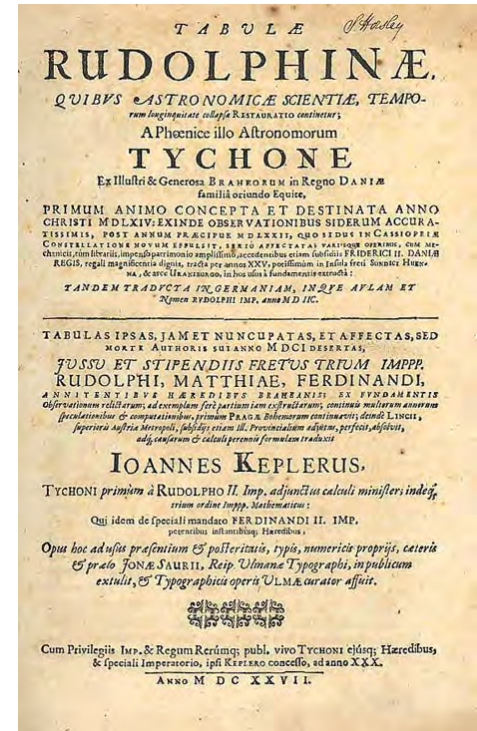
Rudolfinské tabulky

Rudolfinské tabulky * *efemeridy planet, Měsíce*
(*Tabulae Rudolphinae*, r. 1627), po 25 letech práce !
realizoval Kepler opačný postup,
nalezl M , jestliže znal E
nejprve vytvořil podle rovnice
 $M = E + e \sin E$ tabulku hodnot, užil ji zpětně
hustá síť středních anomálií M
určení excentrických anomálií E
 $M \rightarrow E$

* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band XIV. Tabulae Rudolphinae.*
C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLXIX.

•* *, „*auctor damnatus, hoc opus tamen admittitur*“ ...
autor je odsouzen, ale toto dílo se připouští“,

• * * *Rudolfinské tabulky* - jezuitská knihovna UP Olomouc
~ r. 1650, Z. Horský: *Kepler v Praze*. Mladá fronta, Praha 1980.

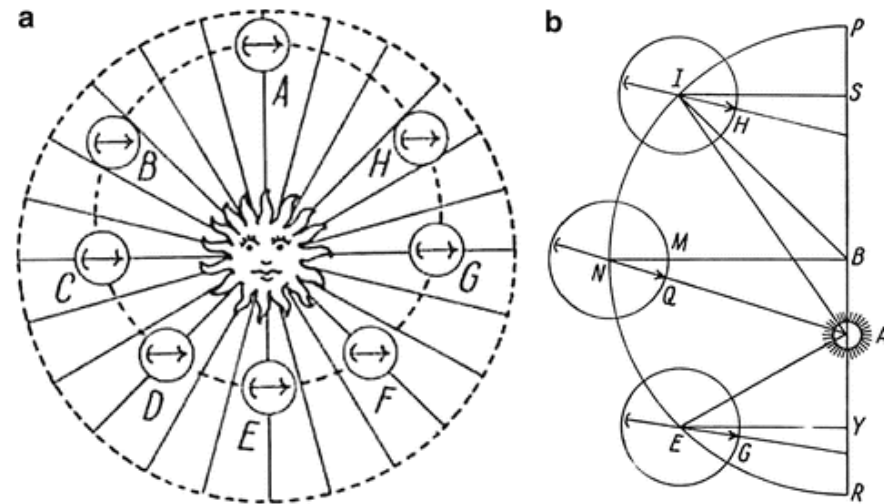


Nepřesnosti Keplerova postupu

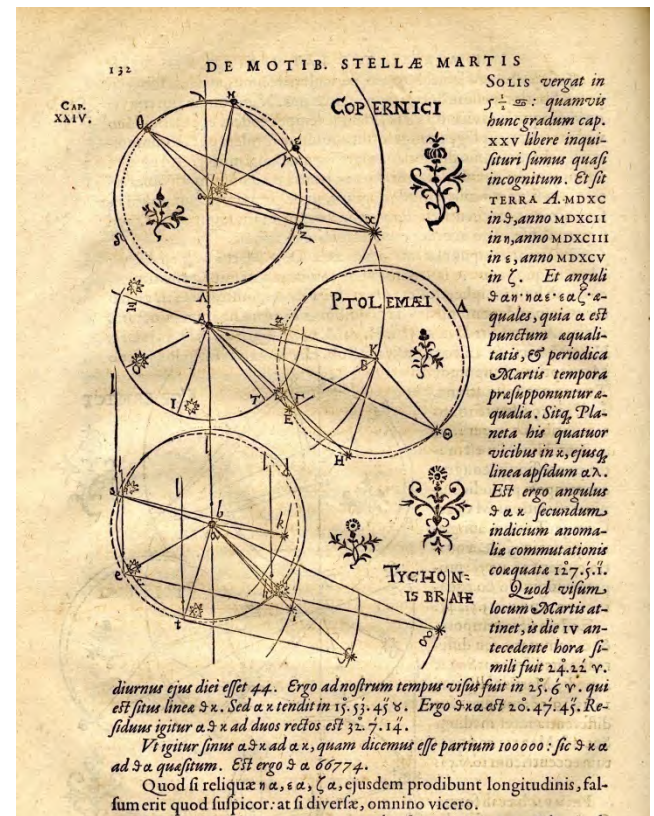
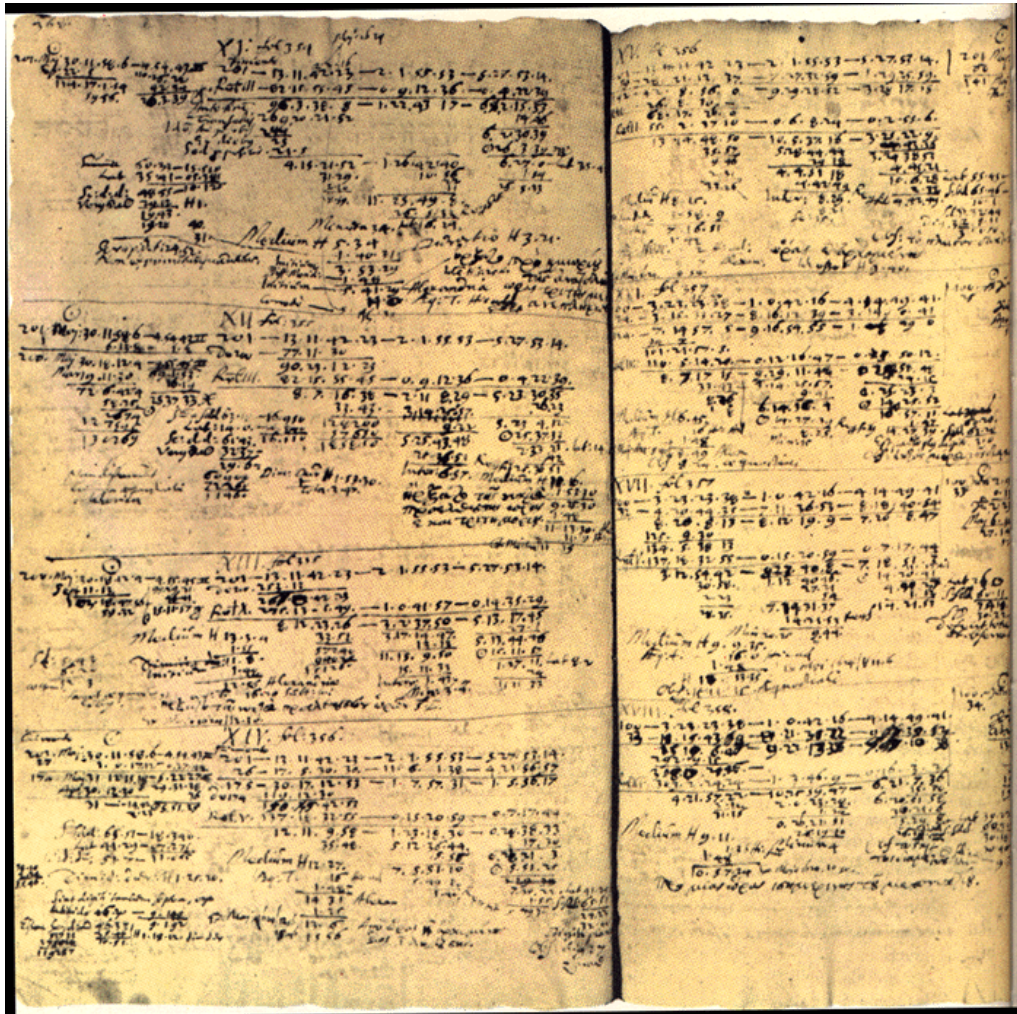
- nezbytná součást aproximativních postupů
- nedostatečná úroveň matematických znalostí počátkem 17. století, bez použití metod matematické analýzy nelze studovat složitý pohyb Marsu kolem Slunce
- přibližný výpočet změny obsahu eliptického sektoru, ohraničeného dvěma průvodiči a obloukem elipsy
- úvahy vesměs pro kruhové dráhy
- **geometrický eliptický sektor** vyjadřoval fyzikální veličinu - **plošnou rychlostí**, *astronomický problém* → *přesun z geometrického na fyzikální*

Magnetický model pohybu Marsu

- popis fyzikálního děje → stanovení pravidla pro vzdálenosti planety
- *excentricita elipsy regulovala intenzitu interakce* magnetických vláken Marsu se Sluncem, přibližování a vzdalování planety od Slunce záviselo na velikosti vzájemného magnetického působení obou těles.
- podobně jako u magnetu Kepler předpokládal pokles působící síly s rostoucí vzdáleností
- *o správnosti fyzikální magnetické hypotézy Kepler nepochyboval*, v NA: „Pokud by fyzikální příčiny, které jsem na počátku přijal jako principy, nebyly platné, nikdy by nemohly obstát v tak důkladném zkoumání.“



matematické modely dráhy Marsu



Pohyb Měsíce

Kepler zkoumal nepravidelnosti pohybu Měsíce, pozorování Tychona Brahe, nová originální interpretace, výklad složitého pohybu Měsíce, ovlivňovaného působením Slunce a Země, nerovnosti v pohybu → účinek slunečního světla, které při pohybu v perihéliu zvyšovalo oběžnou rychlost Země.

- *První nerovnost - eliptická*
- *Druhá nerovnost - evekce*
- *Třetí nerovnost - variace*
- *Magnetický model*
- *Eliptický zákon*